



A TRADITION OF EXCELLENCE



INSTRUCTIONS

You are about to start the Copernicus Olympiad Exam.
Please review the following instructions carefully.

1. Please ensure that all electronic devices, such as mobile phones, smartwatches, or tablets, are turned off and placed in the designated area before the examination begins.
2. You must present a valid form of identification to the invigilator before starting the exam. Failure to do so may result in disqualification.
3. Students are required to bring their own pencils, erasers, and plain calculators, water, and are strictly prohibited from bringing personal notes, books, or any unauthorized materials into the examination room.
4. During the exam, you are not permitted to take unscheduled breaks. If you require a break, please notify the invigilator who will guide you through the process.
5. The exam consists of 25 multiple-choice questions, with each question carrying a weight of 4 points. The maximum achievable score is 100. However, it's important to note that there is a penalty of one point for each incorrect answer. Consequently, it is advisable to respond only to questions you are confident about.
6. Begin with the questions you find easier, as you can always return to those you choose to leave for later.
7. Ensure that you mark your answers clearly on the provided answer sheet.
8. The allocated time for the exam is 90 minutes, and you will commence upon the signal from the invigilator.
9. You are required to comply with the directions provided by the head invigilator before the examination begins.
10. Show respect and consideration for other candidates by maintaining silence and not disturbing them during the examination.
11. If you finish the exam before the allocated time, you may not leave the examination room until the invigilator allows it. You can use the remaining time for review.
12. It is of utmost importance that students neither give nor receive any form of assistance during the exam. Any act of cheating, attempts to cheat, aiding others in cheating, participation in such activities, or engaging in improper conduct is considered a severe violation and will typically result in disqualification.

Remember that "Hard work beats
talent when talent doesn't work hard"
We wish you the very best luck on the exam.



1. [EN] Alex wants to choose between two paths in Central Park for his morning run. Their combined length is 238 meters, and the longer path is 14 meters longer than the shorter one. What is the length, in meters, of the shorter path?

[PT] Alex quer escolher entre dois caminhos no Central Park para sua corrida matinal. O comprimento dos dois caminhos combinados é de 238 metros, e o caminho mais longo é 14 metros maior que o mais curto. Qual é o comprimento, em metros, do caminho mais curto?

- A) 133
- B) 126
- C) 112
- D) 105

2. [EN] Alex is tasked with checking the distribution of flowers on a tree in the Brooklyn Botanic Garden. The tree has 7 branches, each capable of holding up to 5 flowers. Which of the following numbers cannot be the total count of flowers on the tree?

[PT] Alex tem a tarefa de verificar a distribuição de flores em uma árvore no Jardim Botânico do Brooklyn. A árvore tem 7 galhos, cada um capaz de conter até 5 flores. Qual dos números a seguir não pode ser a contagem total de flores na árvore?

- A) 36
- B) 35
- C) 34
- D) 33

3. [EN] How many multiples of 16 are there between 100 and 450?

[PT] Quantos múltiplos de 16 existem entre 100 e 450?

- A) 21
- B) 22
- C) 28
- D) 34

4. [EN] While riding the NYC subway, Alex noticed the pattern below in the train numbers. What is the missing number?

[PT] Enquanto andava no metrô de Nova York, Alex notou o padrão abaixo nos números dos trens. Qual é o número que está faltando?

7, 14, 9, 18, 11, ?, 13, 26

- A) 24
- B) 22
- C) 20
- D) 18

5. [EN] At a soccer game in Yankee Stadium, Alex learns that a player has scored 28 goals in 44 games. He calculates the number of goals this player will score in 77 games if he maintains the same scoring rate. What is this number?

[PT] Em um jogo de futebol no Yankee Stadium, Alex descobre que um jogador marcou 28 gols em 44 jogos. Ele calcula o número de gols que esse jogador marcará em 77 jogos se mantiver a mesma taxa de gols. Qual é esse número?

- A) 44
- B) 49
- C) 56
- D) 61

6. [EN] Nine squares are completed with numbers such that three consecutive horizontal squares or three vertical squares sum up to the same number. What is the value of $c - b$?

[PT] Nove quadrados são preenchidos com números de modo que a soma de três quadrados horizontais ou três quadrados verticais consecutivos seja sempre a mesma. Qual é o valor de $c - b$?

		b		
	3	a	c	
4	1	8		

- A) 5
B) 2
C) -2
D) -5

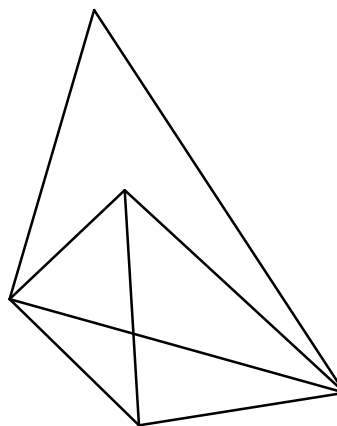
7. [EN] Alex, the Astronaut, went to his favorite bookstore in New York to buy a book on astronomy. When he got there, he was surprised: the book was 35% off. Without thinking twice, Alex bought it, paying \$39. What was the original price of the book before the discount?

[PT] Alex, o Astronauta, foi à sua livraria favorita em Nova York para comprar um livro sobre astronomia. Quando chegou lá, ficou surpreso: o livro estava com 35% de desconto. Sem pensar duas vezes, Alex o comprou, pagando \$39. Qual era o preço original do livro antes do desconto?

- A) \$38.40
B) \$45
C) \$52.65
D) \$60

8. [EN] How many triangles are there in the following figure?

[PT] Quantos triângulos existem na figura a seguir?



- A) 7
B) 8
C) 9
D) 10

9. [EN] Alex is volunteering at a science fair in a Manhattan school. Part of his task is to analyze the participation data. He finds that 72 students are involved in a robotics club, 69 in a coding club, and 30 students are active in both clubs. Additionally, he discovers that 13 students are not participating in either club. To plan for next year's resources, Alex needs to figure out the total number of students who participated in the fair. What is this number?

[PT] Alex está trabalhando como voluntário em uma feira de ciências em uma escola de Manhattan. Parte de sua tarefa é analisar os dados de participação. Ele descobre que 72 alunos estão envolvidos em um clube de robótica, 69 em um clube de programação e 30 alunos participam ativamente de ambos os clubes. Além disso, ele descobre que 13 alunos não estão participando de nenhum clube. Para planejar os recursos do próximo ano, Alex precisa descobrir o número total de alunos que participaram da feira. Qual é esse número?

- A) 94
B) 124
C) 128
D) 184

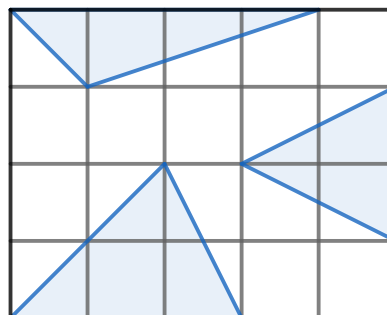
10. [EN] Alex was attending a meeting with four other astronauts and realized that the combined age of everyone at the meeting was 207. If this meeting were held 6 years later, what would the sum of the ages of all the participants be?

[PT] Alex estava participando de uma reunião com outros quatro astronautas e percebeu que a soma das idades de todos na reunião era 207. Se essa reunião fosse realizada 6 anos depois, qual seria a soma das idades de todos os participantes?

- A) 213
B) 219
C) 231
D) 237

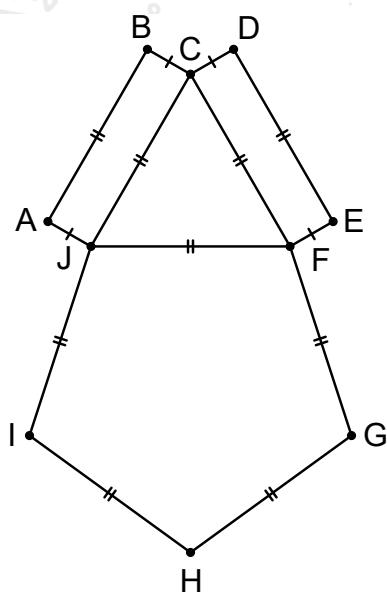
11. [EN] What is the area of the blue region, in cm^2 , if each small square has a side length of 1 cm?

[PT] Qual é a área da região azul, em cm^2 , se cada quadrado pequeno tem um comprimento lateral de 1 cm?



- A) 7
B) 9
C) 10
D) 14

- 12.[EN]** Two identical rectangles and one regular pentagon are glued to an equilateral triangle, as shown in the picture. It is known that the side AB equals four times side BC . If the perimeter of the rectangle $ABCJ$ is 70 cm, find the perimeter, in cm, of the total figure.
[PT] Dois retângulos idênticos e um pentágono regular estão colados em um triângulo equilátero, conforme mostrado na figura. Sabe-se que o lado AB equivale a quatro vezes o lado BC . Se o perímetro do retângulo $ABCJ$ for 70 cm, encontre o perímetro, em cm, da figura total.



- A)** 196
B) 228
C) 280
D) 364

- 13.[EN]** Alex and Barbara together have \$430. Barbara has 4 times as much money as Alex. How much should Barbara give Alex so they both have the same amount of money?
[PT] Alex e Barbara juntos têm \$430. Bárbara tem 4 vezes mais dinheiro que Alex. Quanto Bárbara deve dar a Alex para que ambos tenham a mesma quantia de dinheiro?

- A)** \$258
B) \$215
C) \$172
D) \$129

- 14.[EN]** Find the value of $A + L + E + X$.
[PT] Encontre o valor de $A + L + E + X$.

	A	L	E	X
+	X	E	L	A
	6	7	7	6

- A)** 11
B) 12
C) 13
D) 14

15.[EN] Alex, on the International Space Station, is in charge of meal planning for the crew. He has a stock of 180 slices of bread, 100 burgers, and 110 slices of cheese. To make a sandwich, he needs three slices of bread, two burgers, and two slices of cheese. How many complete sandwiches can he make?

[PT] Alex, na Estação Espacial Internacional, é responsável pelo planejamento das refeições da tripulação. Ele tem um estoque de 180 fatias de pão, 100 hambúrgueres e 110 fatias de queijo. Para fazer um sanduíche, ele precisa de três fatias de pão, dois hambúrgueres e duas fatias de queijo. Quantos sanduíches completos ele pode fazer?

- A) 50
- B) 55
- C) 90
- D) 100

16.[EN] Alex baked a total of 84 apple and banana pies. After selling 16 apple pies, the ratio between the number of apple pies and the number of banana pies he had was 6:11. How many banana pies did Alex bake?

[PT] Alex fez um total de 84 tortas de maçã e banana. Depois de vender 16 tortas de maçã, a proporção entre o número de tortas de maçã e o número de tortas de banana que ele tinha era de 6 : 11. Quantas tortas de banana Alex assou?

- A) 44
- B) 40
- C) 28
- D) 24

17.[EN] As part of a rocket launch calculation, Alex comes across the expression below. What is its value?

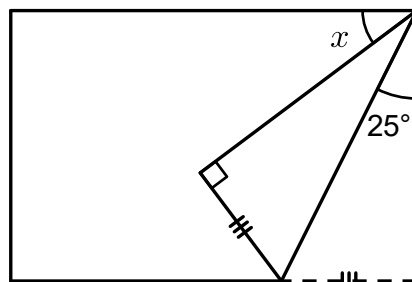
[PT] Como parte de um cálculo de lançamento de foguete, Alex se depara com a expressão abaixo. Qual é o valor dela?

$$\left(\left(\frac{4}{3} + \frac{3}{5} \right) \div 2 + \frac{4}{6} \right) \cdot \frac{1}{7} + \frac{4}{15}$$

- A) $\frac{3}{7}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 2
- D) $\frac{30}{7}$

18.[EN] A rectangular piece of paper has been folded as shown in the figure below. Determine the value of x .

[PT] Um pedaço de papel retangular foi dobrado da forma mostrada na figura abaixo. Determine o valor de x .



- A) 25°
- B) 32.5°
- C) 35°
- D) 40°

19.[EN] When his son was born, Alex was 36 years old. If he is now three times his son's age, how old is Alex today?

[PT] Quando seu filho nasceu, Alex tinha 36 anos de idade. Se agora ele tem três vezes a idade de seu filho, quantos anos Alex tem hoje?

- A) 45
- B) 54
- C) 63
- D) 81

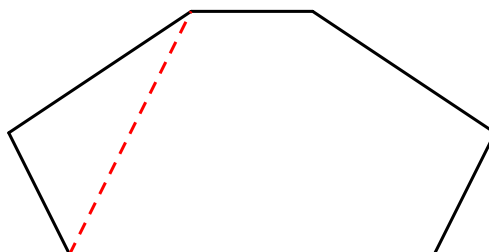
20.[EN] Which of the following numbers has the same remainder when divided by 7 and by 9?

[PT] Qual dos números a seguir tem o mesmo resto quando dividido por 7 e por 9?

- A) 108
- B) 112
- C) 124
- D) 131

21.[EN] While building part of his new spacecraft, Alex realized that he needed to reinforce a hexagonal structure that was essential for the safety of the astronauts. To do this, he plans to add metal beams connecting the vertices of the structure that are not already directly connected. An example of where Alex could add a beam is outlined in red in the figure below. To ensure that the astronauts are as safe as possible, determine the greatest number of different positions in which Alex can add the beams.

[PT] Durante a construção de parte de sua nova espaçonave, Alex percebeu que precisava reforçar uma estrutura hexagonal que era essencial para a segurança dos astronautas. Para isso, ele planeja adicionar vigas metálicas conectando os vértices da estrutura que ainda não estão diretamente conectados. Um exemplo de onde Alex poderia adicionar uma viga está destacado em vermelho na figura abaixo. Para garantir que os astronautas estejam o mais seguros possível, determine o maior número de posições diferentes em que Alex pode adicionar as vigas.



- A) 18
- B) 15
- C) 9
- D) 6

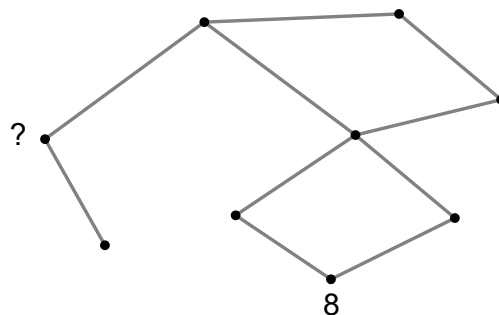
22.[EN] What is the sum of the largest even 4-digit number and the smallest odd 3-digit number that can be formed using the digits 5, 6, 1, and 7? Each digit can only be used once in each number.

[PT] Qual é a soma do maior número par de 4 dígitos e do menor número ímpar de 3 dígitos que podem ser formados usando os dígitos 5, 6, 1 e 7? Cada dígito só pode ser usado uma vez em cada número.

- A) 8267
- B) 7807
- C) 7681
- D) 7673

23.[EN] In his free time, Alex likes to draw maps of the stars he sees from his window on the space station. After doing so, he plays a game that consists of assigning a number to each of the stars (dots) on the diagram drawn, such that the numbers assigned to two stars connected by a line are consecutive (for example, these two numbers could be 15 and 16 in any order). If the diagram below represents one of Alex's star maps, with the number 8 already assigned to a star, determine which of the following numbers could replace the question mark (?).

[PT] Em seu tempo livre, Alex gosta de desenhar mapas das estrelas que vê de sua janela na estação espacial. Depois de fazer isso, ele joga um jogo que consiste em atribuir um número a cada uma das estrelas (pontos) no diagrama desenhado, de modo que os números atribuídos a duas estrelas conectadas por uma linha sejam consecutivos (por exemplo, esses dois números poderiam ser 15 e 16, em qualquer ordem). Se o diagrama abaixo representa um dos mapas estelares de Alex, com o número 8 já atribuído a uma estrela, determine qual dos números a seguir poderia substituir o ponto de interrogação (?).



- A) 5
- B) 7
- C) 10
- D) 14

24.[EN] A and B are digits such that $\overline{AB}$ is a prime number, and $A + 2 \cdot B = 17$. What is the value of B ?

[PT] A e B são dígitos tais que $\overline{AB}$ é um número primo e $A + 2 \cdot B = 17$. Qual é o valor de B ?

- A) 3
- B) 5
- C) 7
- D) 9

25.[EN] In a Copernicus Math Workshop, Alex, the Astronaut, presents a combinatorics exercise involving five boxes numbered 1, 2, 3, 4, and 5. The challenge for the participants is to fill each box with one, and only one, red or green ball. The rule is that at least one box must contain a red ball, and all the red balls used must be placed in consecutively numbered boxes. Given these conditions, how many different arrangements can be made?

[PT] Em um Workshop de Matemática da Copernicus, Alex, o Astronauta, apresenta um exercício de combinatória envolvendo cinco caixas de números 1, 2, 3, 4 e 5. O desafio para os participantes é preencher cada caixa com uma, e somente uma, bola vermelha ou verde. A regra é que pelo menos uma caixa deve conter uma bola vermelha, e todas as bolas vermelhas usadas devem ser colocadas em caixas numeradas consecutivamente. Considerando essas condições, quantos arranjos diferentes podem ser feitos?

- A) 10
- B) 15
- C) 20
- D) 25



A TRADITION OF EXCELLENCE



INSTRUCTIONS

You are about to start the Copernicus Olympiad Exam.
Please review the following instructions carefully.

1. Please ensure that all electronic devices, such as mobile phones, smartwatches, or tablets, are turned off and placed in the designated area before the examination begins.
2. You must present a valid form of identification to the invigilator before starting the exam. Failure to do so may result in disqualification.
3. Students are required to bring their own pencils, erasers, and plain calculators, water, and are strictly prohibited from bringing personal notes, books, or any unauthorized materials into the examination room.
4. During the exam, you are not permitted to take unscheduled breaks. If you require a break, please notify the invigilator who will guide you through the process.
5. The exam consists of 25 multiple-choice questions, with each question carrying a weight of 4 points. The maximum achievable score is 100. However, it's important to note that there is a penalty of one point for each incorrect answer. Consequently, it is advisable to respond only to questions you are confident about.
6. Begin with the questions you find easier, as you can always return to those you choose to leave for later.
7. Ensure that you mark your answers clearly on the provided answer sheet.
8. The allocated time for the exam is 90 minutes, and you will commence upon the signal from the invigilator.
9. You are required to comply with the directions provided by the head invigilator before the examination begins.
10. Show respect and consideration for other candidates by maintaining silence and not disturbing them during the examination.
11. If you finish the exam before the allocated time, you may not leave the examination room until the invigilator allows it. You can use the remaining time for review.
12. It is of utmost importance that students neither give nor receive any form of assistance during the exam. Any act of cheating, attempts to cheat, aiding others in cheating, participation in such activities, or engaging in improper conduct is considered a severe violation and will typically result in disqualification.

Remember that "Hard work beats
talent when talent doesn't work hard"
We wish you the very best luck on the exam.



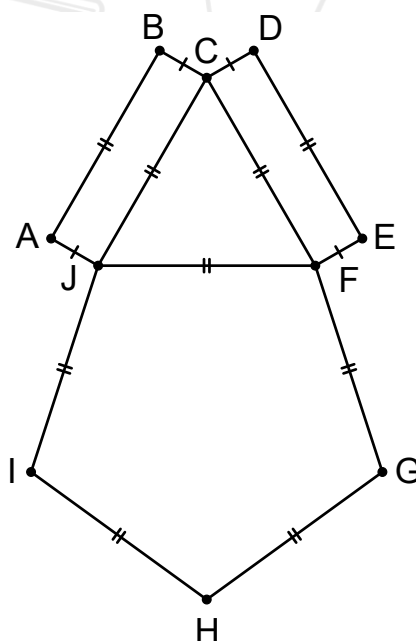
1. [EN] Alex was attending a meeting with four other astronauts and realized that the combined age of everyone at the meeting was 207. If this meeting were held 6 years later, what would the sum of the ages of all the participants be?

[PT] Alex estava participando de uma reunião com outros quatro astronautas e percebeu que a soma das idades de todos na reunião era 207. Se essa reunião fosse realizada 6 anos depois, qual seria a soma das idades de todos os participantes?

- A) 213
B) 219
C) 231
D) 237

2. [EN] Two identical rectangles and one regular pentagon are glued to an equilateral triangle, as shown in the picture. It is known that the side AB equals four times side BC . If the perimeter of the rectangle $ABCF$ is 70 cm, find the perimeter, in cm, of the total figure.

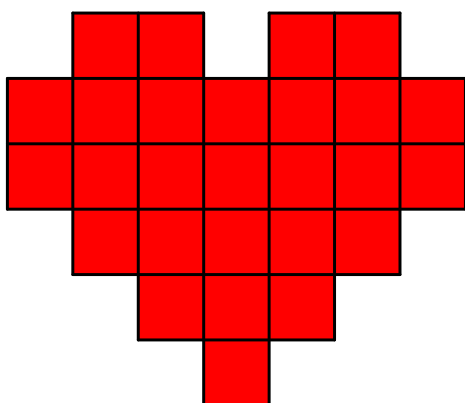
[PT] Dois retângulos idênticos e um pentágono regular estão colados em um triângulo equilátero, conforme mostrado na figura. Sabe-se que o lado AB equivale a quatro vezes o lado BC . Se o perímetro do retângulo $ABCF$ é de 70 cm, encontre o perímetro, em cm, da figura inteira.



- A) 196
B) 228
C) 280
D) 364

3. [EN] The picture below is made up of several small squares. Determine how many squares of all sizes can be found in it.

[PT] A figura abaixo é composta de vários quadrados pequenos. Determine quantos quadrados de todos os tamanhos podem ser encontrados nela.



- A) 44
B) 45
C) 46
D) 47

4. [EN] Nine squares are completed with numbers such that three consecutive horizontal squares or three vertical squares sum up to the same number. What is the value of $c - b$?

[PT] Nove quadrados são preenchidos com números de modo que a soma de três quadrados horizontais ou três quadrados verticais consecutivos seja sempre a mesma. Qual é o valor de $c - b$?

		b	
	3	a	c
4	1	8	

- A) 5
B) 2
C) -2
D) -5

5. [EN] How many multiples of 16 are there between 100 and 450?

[PT] Quantos múltiplos de 16 existem entre 100 e 450?

- A) 21
B) 22
C) 28
D) 34

6. [EN] Alex thinks of a number, squares it, and subtracts 3 from it. He then discovers that the sign of the final result is the same as that of the original number. Which of the following numbers could be the one Alex thought of?

[PT] Alex pensa em um número, eleva-o ao quadrado e subtrai 3 dele. Ele então descobre que o sinal do resultado final é o mesmo que o do número original. Qual dos números a seguir poderia ser aquele em que Alex pensou?

- A) -3
- B) -2
- C) -1
- D) 1

7. [EN] Alex, the Astronaut, went to his favorite bookstore in New York to buy a book on astronomy. When he got there, he was surprised: the book was 35% off. Without thinking twice, Alex bought it, paying \$39. What was the original price of the book before the discount?

[PT] Alex, o Astronauta, foi à sua livraria favorita em Nova York para comprar um livro sobre astronomia. Quando chegou lá, ficou surpreso: o livro estava com 35% de desconto. Sem pensar duas vezes, Alex o comprou, pagando \$39. Qual era o preço original do livro antes do desconto?

- A) \$38.40
- B) \$45
- C) \$52.65
- D) \$60

8. [EN] Alex, to enter Columbia University and start his lecture on Astrophysics, first has to go up a flight of stairs with 10 steps right at the entrance. Being methodical, he climbs 2 or 3 steps at a time. How many ways can Alex get to the top of the stairs and proceed with his lecture?

[PT] Alex, para entrar na Universidade de Columbia e começar sua palestra sobre Astrofísica, primeiro precisa subir uma escada com 10 degraus logo na entrada. Sendo metódico, ele sobe 2 ou 3 degraus de cada vez. De quantas maneiras Alex pode chegar ao topo da escada e prosseguir com sua palestra?

- A) 10
- B) 8
- C) 7
- D) 5

9. [EN] Alex, the Astronaut, is leading a team of engineers to build a new module for the space station within a tight deadline of 12 days. The module consists of 135 complex panels that need to be assembled. After consulting with the engineering team, they have determined that 5 engineers can assemble 15 panels in 4 days. How many engineers will Alex need to ensure the module is completed within the specified timeframe?

[PT] Alex, o Astronauta, está liderando uma equipe de engenheiros para construir um novo módulo para a estação espacial em um prazo apertado de 12 dias. O módulo consiste em 135 painéis complexos que precisam ser montados. Após consultar a equipe de engenharia, ele foi informado que 5 engenheiros podem montar 15 painéis em 4 dias. De quantos engenheiros Alex precisará para garantir que o módulo seja concluído dentro do prazo especificado?

- A) 5
- B) 10
- C) 15
- D) 25

10. [EN] Alex baked a total of 84 apple and banana pies. After selling 16 apple pies, the ratio between the number of apple pies and the number of banana pies he had was 6:11. How many banana pies did Alex bake?

[PT] Alex assou um total de 84 tortas de maçã e banana. Depois de vender 16 tortas de maçã, a proporção entre o número de tortas de maçã e o número de tortas de banana que ele tinha era de 6:11. Quantas tortas de banana Alex assou?

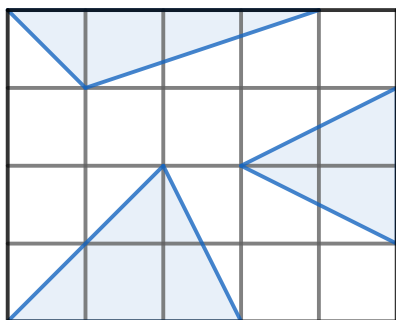
- A) 44
- B) 40
- C) 28
- D) 24

11. [EN] Alex, on the International Space Station, is in charge of meal planning for the crew. He has a stock of 180 slices of bread, 100 burgers, and 110 slices of cheese. To make a sandwich, he needs three slices of bread, two burgers, and two slices of cheese. How many complete sandwiches can he make?

[PT] Alex, na Estação Espacial Internacional, é responsável pelo planejamento das refeições da tripulação. Ele tem um estoque de 180 fatias de pão, 100 hambúrgueres e 110 fatias de queijo. Para fazer um sanduíche, ele precisa de três fatias de pão, dois hambúrgueres e duas fatias de queijo. Quantos sanduíches completos ele pode fazer?

- A) 50
- B) 55
- C) 90
- D) 100

- 12.[EN]** Knowing that each unit segment in the figure below measures 1 cm, determine the fraction of the figure that is not colored blue.
[PT] Sabendo que cada segmento unitário na figura abaixo mede 1 cm, determine a fração da figura que não está colorida de azul.



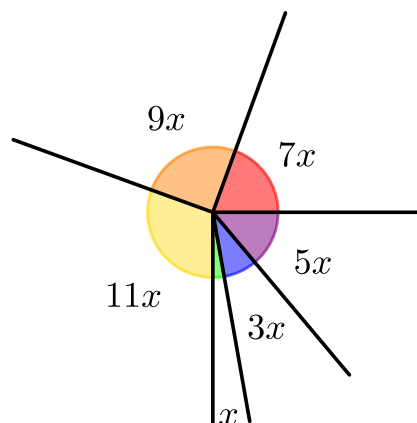
- A) $\frac{7}{20}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{7}{13}$
D) $\frac{13}{20}$

- 13.[EN]** If the operation ϕ is defined as follows, what is the value of $2 \phi 13$?
[PT] Se a operação ϕ é definida da seguinte forma, qual é o valor de $2 \phi 13$?

$$(3a - b) \phi (2a + b) = 25(b^2 - a^2)$$

- A) -1000
B) -40
C) 40
D) 1000

- 14.[EN]** Six angles, with measures equal to x , $3x$, $5x$, $7x$, $9x$, and $11x$, form a full turn, as shown in the image below. How many of these six angles are acute?
[PT] Seis ângulos, com medidas iguais a x , $3x$, $5x$, $7x$, $9x$ e $11x$, formam uma volta completa, como mostra a imagem abaixo. Quantos desses seis ângulos são agudos?



- A) 2
B) 3
C) 4
D) 5

- 15.[EN]** What percentage of a week equals 52 hours and 30 minutes?
[PT] Que porcentagem de uma semana equivale a 52 horas e 30 minutos?

- A) 25%
B) 31.25%
C) 45%
D) 52.5%

- 16.[EN]** At a math workshop in the Hayden Planetarium, New York, Alex the Astronaut shares an intriguing sequence, as shown below. Visitors are invited to engage with the exhibit by determining the next term in the sequence. What is the next term?

[PT] Em um workshop de matemática no Hayden Planetarium, em Nova York, Alex, o Astronauta, compartilha uma sequência intrigante, como mostrado abaixo. Os visitantes são convidados a se envolver com a exposição determinando o próximo termo da sequência. Qual é o próximo termo?

$$\frac{81}{25}, \frac{27}{5}, 9, 15, 25, ?$$

- A) $\frac{25}{3}$
B) 35
C) $\frac{125}{3}$
D) 125

- 17.[EN]** At a soccer game in Yankee Stadium, Alex learns that a player has scored 28 goals in 44 games. He calculates the number of goals this player will score in 77 games if he maintains the same scoring rate. What is this number?

[PT] Em um jogo de futebol no Yankee Stadium, Alex fica sabendo que um jogador marcou 28 gols em 44 jogos. Ele calcula o número de gols que esse jogador marcará em 77 jogos se mantiver a mesma taxa de gols. Qual é esse número?

- A) 44
B) 49
C) 56
D) 61

- 18.[EN]** While working on a new satellite model at the New York Hall of Science, Alex, the Astronaut, needs to calculate the dimensions of a component in the shape of a miniature rectangular prism that will fit inside the satellite. Three of the faces of this component have areas equal to 48 cm², 90 cm², and 120 cm². To ensure that the component fits perfectly into the designated slot inside the satellite, Alex needs your help: what is the length, in cm, of the smallest side of the prism?

[PT] Enquanto trabalha em um novo modelo de satélite no New York Hall of Science, Alex, o Astronauta, precisa calcular as dimensões de um componente no formato de um prisma retangular em miniatura que caberá dentro do satélite. Três das faces desse componente têm áreas iguais a 48 cm², 90 cm² e 120 cm². Para garantir que o componente se encaixe perfeitamente no compartimento designado dentro do satélite, Alex precisa de sua ajuda: qual é o comprimento, em cm, da menor aresta do prisma?

- A) 4
B) 6
C) 8
D) 10

- 19.[EN]** Find the value of the expression below.
[PT] Encontre o valor da expressão abaixo.

$$7 + \frac{18}{7 + \frac{18}{7 + \frac{18}{7 + \dots}}}$$

- A) 9
B) 7
C) 6
D) 3

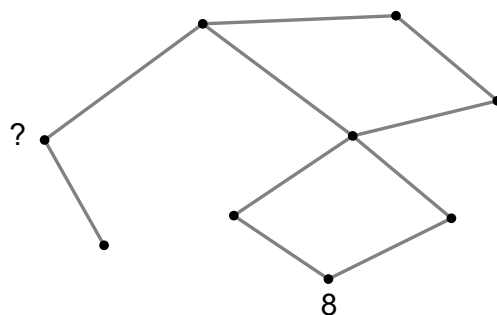
20.[EN] Alex, Brenda, Carlos, and David went out trick-or-treating on Halloween. When they got back, they counted how many sweets they each had and discovered that Brenda had half as many sweets as Alex, Carlos had five times as many sweets as Brenda, and David had half as many sweets as the other three friends. If David got 21 more sweets than Brenda, how many sweets did Carlos get?

[PT] Alex, Brenda, Carlos e David saíram para pedir doces ou travessuras no Halloween. Quando voltaram, contaram quantos doces cada um tinha e descobriram que Brenda tinha metade dos doces que Alex, Carlos tinha cinco vezes mais doces que Brenda e David tinha metade dos doces que os outros três amigos. Se David recebeu 21 mais doces do que Brenda, quantos doces Carlos recebeu?

- A) 14
- B) 21
- C) 28
- D) 35

21.[EN] In his free time, Alex likes to draw maps of the stars he sees from his window on the space station. After doing so, he plays a game that consists of assigning a number to each of the stars (dots) on the diagram drawn, such that the numbers assigned to two stars connected by a line are consecutive (for example, these two numbers could be 15 and 16 in any order). If the diagram below represents one of Alex's star maps, with the number 8 already assigned to a star, determine which of the following numbers could replace the question mark (?).

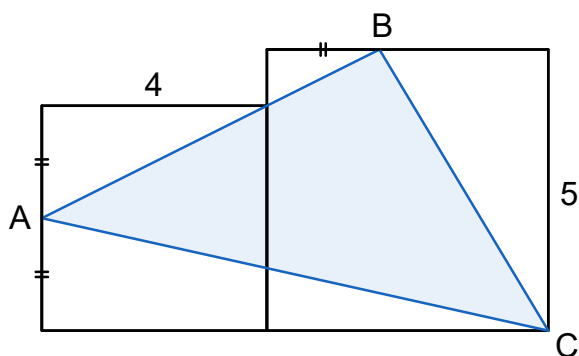
[PT] Em seu tempo livre, Alex gosta de desenhar mapas das estrelas que vê de sua janela na estação espacial. Depois de fazer isso, ele joga um jogo que consiste em atribuir um número a cada uma das estrelas (pontos) no diagrama desenhado, de modo que os números atribuídos a duas estrelas conectadas por uma linha sejam consecutivos (por exemplo, esses dois números poderiam ser 15 e 16, em qualquer ordem). Se o diagrama abaixo representa um dos mapas estelares de Alex, com o número 8 já atribuído a uma estrela, determine qual dos números a seguir poderia substituir o ponto de interrogação (?).



- A) 5
- B) 7
- C) 10
- D) 14

22.[EN] A triangle ABC is found between two squares with sides 4 and 5, as shown in the figure. Given that segments with the same marking have the same length, what is the area of this triangle?

[PT] Um triângulo ABC é encontrado entre dois quadrados de lados 4 e 5, conforme mostrado na figura. Considerando que os segmentos com a mesma marcação têm o mesmo comprimento, qual é a área desse triângulo?



- A) 18.5
- B) 19.5
- C) 20.5
- D) 22

23.[EN] If the number $\overline{41A}$ is prime, then what is the value of the digit A ?

[PT] Se o número $\overline{41A}$ é primo, então qual é o valor do dígito A ?

- A) 1
- B) 3
- C) 7
- D) 9

24.[EN] Which of the following numbers has the same remainder when divided by 7 and by 9?

[PT] Qual dos números a seguir tem o mesmo resto quando dividido por 7 e por 9?

- A) 108
- B) 112
- C) 124
- D) 131

25.[EN] Alex, Ben, and Carlos go to the gym every 3, 4, and 6 days respectively. If they all went to the gym on March 1st, how many times will the three friends have met from March to April?

[PT] Alex, Ben e Carlos vão à academia a cada 3, 4 e 6 dias, respectivamente. Se todos eles foram à academia no dia primeiro de março, quantas vezes os três amigos terão se encontrado de março a abril?

- A) 6
- B) 5
- C) 4
- D) 3



A TRADITION OF EXCELLENCE



INSTRUCTIONS

You are about to start the Copernicus Olympiad Exam.
Please review the following instructions carefully.

1. Please ensure that all electronic devices, such as mobile phones, smartwatches, or tablets, are turned off and placed in the designated area before the examination begins.
2. You must present a valid form of identification to the invigilator before starting the exam. Failure to do so may result in disqualification.
3. Students are required to bring their own pencils, erasers, and plain calculators, water, and are strictly prohibited from bringing personal notes, books, or any unauthorized materials into the examination room.
4. During the exam, you are not permitted to take unscheduled breaks. If you require a break, please notify the invigilator who will guide you through the process.
5. The exam consists of 25 multiple-choice questions, with each question carrying a weight of 4 points. The maximum achievable score is 100. However, it's important to note that there is a penalty of one point for each incorrect answer. Consequently, it is advisable to respond only to questions you are confident about.
6. Begin with the questions you find easier, as you can always return to those you choose to leave for later.
7. Ensure that you mark your answers clearly on the provided answer sheet.
8. The allocated time for the exam is 90 minutes, and you will commence upon the signal from the invigilator.
9. You are required to comply with the directions provided by the head invigilator before the examination begins.
10. Show respect and consideration for other candidates by maintaining silence and not disturbing them during the examination.
11. If you finish the exam before the allocated time, you may not leave the examination room until the invigilator allows it. You can use the remaining time for review.
12. It is of utmost importance that students neither give nor receive any form of assistance during the exam. Any act of cheating, attempts to cheat, aiding others in cheating, participation in such activities, or engaging in improper conduct is considered a severe violation and will typically result in disqualification.

Remember that "Hard work beats
talent when talent doesn't work hard"
We wish you the very best luck on the exam.



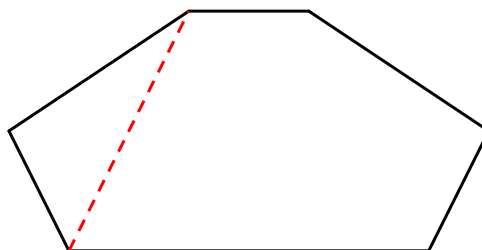
1. [EN] On a farm, each tree has precisely 7 or 9 apples. Agnes says that there are exactly 71 apples on the farm. Ben says that there are exactly 24 apples on the farm. Charlie says that there are exactly 25 apples on the farm. With no other information, determine which of the friends was certainly wrong.

[PT] Em uma fazenda, cada árvore tem precisamente 7 ou 9 maçãs. Agnes diz que há exatamente 71 maçãs na fazenda. Ben diz que há exatamente 24 maçãs na fazenda. Charlie diz que há exatamente 25 maçãs na fazenda. Sem nenhuma outra informação, determine qual dos amigos certamente estava errado.

- A) Agnes
B) Ben
C) Charlie
D) None of them / Nenhum deles

2. [EN] While building part of his new spacecraft, Alex realized that he needed to reinforce a hexagonal structure that was essential for the safety of the astronauts. To do this, he plans to add metal beams connecting the vertices of the structure that are not already directly connected. An example of where Alex could add a beam is outlined in red in the figure below. To ensure that the astronauts are as safe as possible, determine the greatest number of different positions in which Alex can add the beams.

[PT] Enquanto construía parte de sua nova espaçonave, Alex percebeu que precisa reforçar uma estrutura hexagonal que é essencial para a segurança dos astronautas. Para isso, ele planeja adicionar vigas metálicas conectando os vértices da estrutura que ainda não estão diretamente conectados. Um exemplo de onde Alex poderia adicionar uma viga está destacado em vermelho na figura abaixo. Para garantir que os astronautas estejam o mais seguros possível, determine o maior número de posições diferentes em que Alex pode adicionar as vigas.



- A) 18
B) 15
C) 9
D) 6

3. [EN] Alex tosses 8 coins simultaneously. How many possible outcomes can occur if the third coin lands on heads?

[PT] Alex joga 8 moedas simultaneamente. Quantos resultados possíveis podem ocorrer se a terceira moeda der cara?

- A) 2^8
B) $3 \cdot 2^8$
C) $3 \cdot 2^7$
D) 2^7

4. [EN] If $x - \frac{2}{x} = 8$, determine the value of

$$x^3 - \frac{8}{x^3}.$$

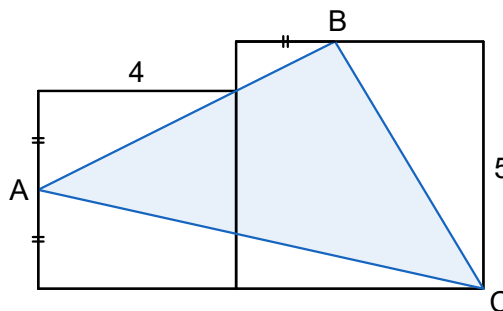
[PT] Se $x - \frac{2}{x} = 8$, determine o valor de

$$x^3 - \frac{8}{x^3}.$$

- A) 464
B) 512
C) 560
D) 600

5. [EN] A triangle ABC is found between two squares with sides 4 and 5, as shown in the figure. Given that segments with the same marking have the same length, what is the area of this triangle?

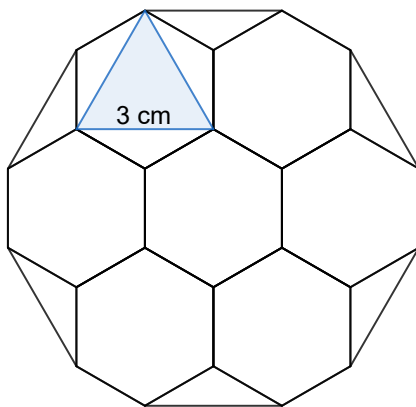
[PT] Um triângulo ABC é encontrado entre dois quadrados de lados 4 e 5, conforme mostrado na figura. Considerando que os segmentos com a mesma marcação têm o mesmo comprimento, qual é a área desse triângulo?



- A) 18.5
B) 19.5
C) 20.5
D) 22

6. [EN] In an interactive exhibition at the New York Hall of Science, Alex, the Astronaut, presents a prototype of a sensor used in a new generation satellite. The prototype, which is made up of 6 regular hexagons and 6 triangles, is shown in the figure below. If the colored triangle is equilateral and its side measures 3 cm, what is the perimeter, in cm, of the entire prototype?

[PT] Em uma exposição interativa no New York Hall of Science, Alex, o Astronauta, apresenta um protótipo de um sensor usado em um satélite de nova geração. O protótipo, que é composto de 6 hexágonos regulares e 6 triângulos, é mostrado na figura abaixo. Se o triângulo colorido é equilátero e seu lado mede 3 cm, qual é o perímetro, em cm, de todo o protótipo?



- A) $18 + 6\sqrt{3}$
B) $18 + 18\sqrt{3}$
C) 36
D) $36\sqrt{3}$

7. [EN] Knowing that the first day of 2024 was a Monday, determine the day of the first Sunday of 2030.

[PT] Sabendo que o primeiro dia de 2024 foi uma segunda-feira, determine o dia do primeiro domingo de 2030.

- A) 3
B) 4
C) 5
D) 6

8. [EN] If the operation ϕ is defined as follows, what is the value of $5 \phi 1$?

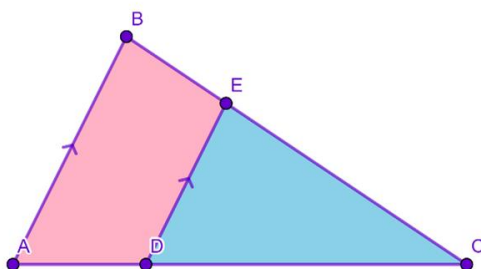
[PT] Se a operação ϕ é definida da seguinte forma, qual é o valor de $5 \phi 1$?

$$(3a - b) \phi (2a + b) = 25(b^2 - a^2)$$

- A) -600
B) -13
C) 13
D) 600

9. [EN] The triangle ABC below was divided into two portions of equal area by the segment DE . Given that DE is parallel to AB , find the value of the ratio $\frac{DC}{AC}$.

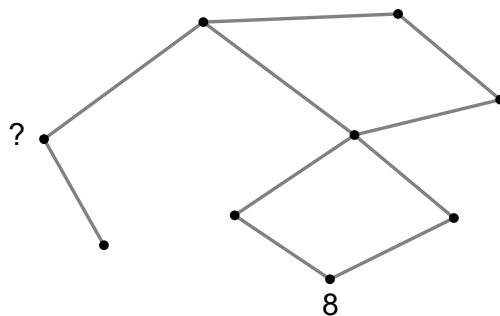
[PT] O triângulo ABC abaixo foi dividido em duas partes de mesma área pelo segmento DE . Dado que DE é paralelo a AB , encontre o valor da razão $\frac{DC}{AC}$.



- A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\sqrt{2}$
D) 2

10. [EN] In his free time, Alex likes to draw maps of the stars he sees from his window on the space station. After doing so, he plays a game that consists of assigning a number to each of the stars (dots) on the diagram drawn, such that the numbers assigned to two stars connected by a line are consecutive (for example, these two numbers could be 15 and 16 in any order). If the diagram below represents one of Alex's star maps, with the number 8 already assigned to a star, determine which of the following numbers could replace the question mark (?).

[PT] Em seu tempo livre, Alex gosta de desenhar mapas das estrelas que vê de sua janela na estação espacial. Depois de fazer isso, ele joga um jogo que consiste em atribuir um número a cada uma das estrelas (pontos) no diagrama desenhado, de modo que os números atribuídos a duas estrelas conectadas por uma linha sejam consecutivos (por exemplo, esses dois números poderiam ser 15 e 16, em qualquer ordem). Se o diagrama abaixo representa um dos mapas estelares de Alex, com o número 8 já atribuído a uma estrela, determine qual dos números a seguir poderia substituir o ponto de interrogação (?).



- A) 5
B) 7
C) 10
D) 14

- 11.[EN]** Alex was attending a meeting with four other astronauts and realized that the combined age of everyone at the meeting was 207. If this meeting were held 6 years later, what would the sum of the ages of all the participants be?

[PT] Alex estava participando de uma reunião com outros quatro astronautas e percebeu que a soma das idades de todos na reunião era 207. Se essa reunião fosse realizada 6 anos depois, qual seria a soma das idades de todos os participantes?

- A) 213
- B) 219
- C) 231
- D) 237

- 12.[EN]** If $f(x) = 2x + 5$, find the value of $f^{-1}(1)$.

[PT] Se $f(x) = 2x + 5$, encontre o valor de $f^{-1}(1)$.

- A) -5
- B) -2
- C) 2
- D) 1

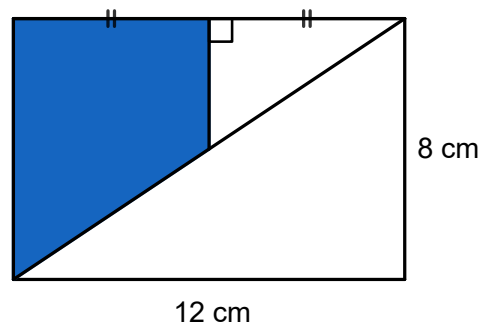
- 13.[EN]** If the number $\overline{41A}$ is prime, then what is the value of the digit A ?

[PT] Se o número $\overline{41A}$ é primo, então qual é o valor do dígito A ?

- A) 1
- B) 3
- C) 7
- D) 9

- 14.[EN]** During routine maintenance on the spacecraft, Alex observes a rectangular solar panel with a shaded area caused by a small meteorite impact, as shown in the figure. Curious about the possible effect on the panel's performance, Alex wants to calculate the area of the shaded region to assess the damage. If the measurements of the two sides of the panel are 8 cm and 12 cm, what is the area, in cm^2 , of the shaded region?

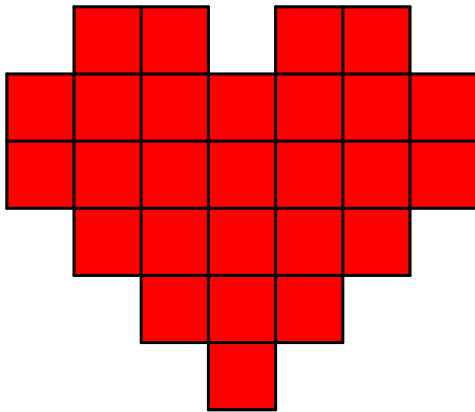
[PT] Durante a manutenção de rotina da espaçonave, Alex observa um painel solar retangular com uma área sombreada causada por um pequeno impacto de meteorito, conforme mostrado na figura. Curioso sobre o possível efeito no desempenho do painel, Alex deseja calcular a área da região sombreada para avaliar o dano. Se as medidas dos dois lados do painel são 8 cm e 12 cm, qual é a área, em cm^2 , da região sombreada?



- A) 36
- B) 72
- C) 96
- D) 288

15.[EN] The picture below is made up of several small squares. Determine how many squares of all sizes can be found in it.

[PT] A figura abaixo é composta de vários quadrados pequenos. Determine quantos quadrados de todos os tamanhos podem ser encontrados nela.



- A) 44
- B) 45
- C) 46
- D) 47

16.[EN] Alex, the Astronaut, is leading a team of engineers to build a new module for the space station within a tight deadline of 12 days. The module consists of 135 complex panels that need to be assembled. After consulting with the engineering team, they have determined that 5 engineers can assemble 15 panels in 4 days. How many engineers will Alex need to ensure the module is completed within the specified timeframe?

[PT] Alex, o Astronauta, está liderando uma equipe de engenheiros para construir um novo módulo para a estação espacial dentro de um prazo apertado de 12 dias. O módulo consiste em 135 painéis complexos que precisam ser montados. Após consultar a equipe de engenharia, ele foi informado que 5 engenheiros podem montar 15 painéis em 4 dias. De quantos engenheiros Alex precisará para garantir que o módulo seja concluído dentro do prazo especificado?

- A) 5
- B) 10
- C) 15
- D) 25

- 17.[EN]** In a Copernicus Math Workshop, Alex, the Astronaut, presents a combinatorics exercise involving five boxes numbered 1, 2, 3, 4, and 5. The challenge for the participants is to fill each box with one, and only one, red or green ball. The rule is that at least one box must contain a red ball, and all the red balls used must be placed in consecutively numbered boxes. Given these conditions, how many different arrangements can be made?

[PT] Em um workshop de matemática da Copernicus, Alex, o Astronauta, apresenta um exercício de combinatória envolvendo cinco caixas de números 1, 2, 3, 4 e 5. O desafio para os participantes é preencher cada caixa com uma, e somente uma, bola vermelha ou verde. A regra é que pelo menos uma caixa deve conter uma bola vermelha, e todas as bolas vermelhas usadas devem ser colocadas em caixas numeradas consecutivamente. Dadas essas condições, quantos arranjos diferentes podem ser feitos?

- A) 15
B) 20
C) 25
D) 30

- 18.[EN]** Find the value of the expression below.

[PT] Encontre o valor da expressão abaixo.

$$7 + \frac{18}{7 + \frac{18}{7 + \frac{18}{7 + \dots}}}$$

- A) 9
B) 7
C) 6
D) 3

- 19.[EN]** Alex, Ben, and Carlos go to the gym every 3, 4, and 6 days respectively. If they all went to the gym on March 1st, how many times will the three friends have met from March to April?

[PT] Alex, Ben e Carlos vão à academia a cada 3, 4 e 6 dias, respectivamente. Se todos eles foram à academia no dia primeiro de março, quantas vezes os três amigos terão se encontrado de março a abril?

- A) 3
B) 4
C) 5
D) 6

- 20.[EN]** Alex, to enter Columbia University and start his lecture on Astrophysics, first has to go up a flight of stairs with 10 steps right at the entrance. Being methodical, he climbs 2 or 3 steps at a time. How many ways can Alex get to the top of the stairs and proceed with his lecture?

[PT] Alex, para entrar na Universidade de Columbia e começar sua palestra sobre Astrofísica, primeiro precisa subir uma escada com 10 degraus logo na entrada. Sendo metódico, ele sobe 2 ou 3 degraus de cada vez. De quantas maneiras Alex pode chegar ao topo da escada e prosseguir com sua palestra?

- A) 10
B) 8
C) 7
D) 5

21.[EN] Alex throws two dice. What is the probability that the sum of the two numbers in the upper faces of the dice is a prime odd number?

[PT] Alex joga dois dados. Qual é a probabilidade de que a soma dos dois números nas faces superiores dos dados seja um número primo ímpar?



- A) $\frac{1}{9}$
- B) $\frac{7}{18}$
- C) $\frac{5}{12}$
- D) $\frac{1}{2}$

22.[EN] Alex, Brenda, Carlos, and David went out trick-or-treating on Halloween. When they got back, they counted how many sweets they each had and discovered that Brenda had half as many sweets as Alex, Carlos had five times as many sweets as Brenda, and David had half as many sweets as the other three friends. If David got 21 more sweets than Brenda, how many sweets did Carlos get?

[PT] Alex, Brenda, Carlos e David saíram para pedir doces ou travessuras no Halloween. Quando voltaram, contaram quantos doces cada um tinha e descobriram que Brenda tinha metade dos doces que Alex tinha, Carlos tinha cinco vezes mais doces que Brenda e David tinha metade dos doces que os outros três amigos. Se David recebeu 21 mais doces do que Brenda, quantos doces Carlos recebeu?

- A) 14
- B) 21
- C) 28
- D) 35

23.[EN] During training for space missions, Alex was given three tests: a navigation test, which contributed 40% of his final score, a space walk simulation, which contributed 30% of his final score, and a robotics test, which contributed 30% of his final score. Alex scored 85%, 90% and 80% on the three tests respectively. What final percentage did he get in the entire training exam?

[PT] Durante o treinamento para missões espaciais, Alex foi submetido a três testes: um teste de navegação, que contribuiu com 40% de sua pontuação final, uma simulação de caminhada espacial, que contribuiu com 30% de sua pontuação final, e um teste de robótica, que contribuiu com 30% de sua pontuação final. Alex obteve 85%, 90% e 80% nos três testes, respectivamente. Qual foi a porcentagem final que ele obteve em todo o exame do treinamento?

- A) 87%
- B) 85%
- C) 80%
- D) 78%

24.[EN] Alex baked a total of 84 apple and banana pies. After selling 16 apple pies, the ratio between the number of apple pies and the number of banana pies he had was 6:11. How many banana pies did Alex bake?

[PT] Alex assou um total de 84 tortas de maçã e banana. Depois de vender 16 tortas de maçã, a proporção entre o número de tortas de maçã e o número de tortas de banana que ele tinha era de 6:11. Quantas tortas de banana Alex assou?

- A) 44
- B) 40
- C) 28
- D) 24

25.[EN] Alex thinks of a number, squares it, and subtracts 3 from it. He then discovers that the sign of the final result is the same as that of the original number. Which of the following numbers could be the one Alex thought of?

[PT] Alex pensa em um número, eleva-o ao quadrado e subtrai 3 dele. Ele então descobre que o sinal do resultado final é o mesmo que o do número original. Qual dos números a seguir poderia ser aquele em que Alex pensou?

- A) -3
- B) -2
- C) -1
- D) 1



A TRADITION OF EXCELLENCE



INSTRUCTIONS

You are about to start the Copernicus Olympiad Exam.
Please review the following instructions carefully.

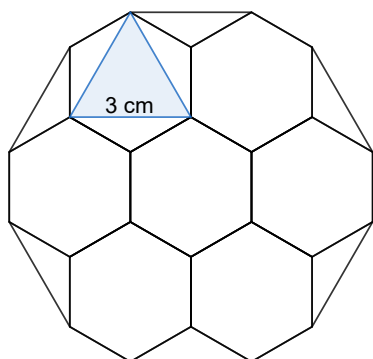
1. Please ensure that all electronic devices, such as mobile phones, smartwatches, or tablets, are turned off and placed in the designated area before the examination begins.
2. You must present a valid form of identification to the invigilator before starting the exam. Failure to do so may result in disqualification.
3. Students are required to bring their own pencils, erasers, and plain calculators, water, and are strictly prohibited from bringing personal notes, books, or any unauthorized materials into the examination room.
4. During the exam, you are not permitted to take unscheduled breaks. If you require a break, please notify the invigilator who will guide you through the process.
5. The exam consists of 25 multiple-choice questions, with each question carrying a weight of 4 points. The maximum achievable score is 100. However, it's important to note that there is a penalty of one point for each incorrect answer. Consequently, it is advisable to respond only to questions you are confident about.
6. Begin with the questions you find easier, as you can always return to those you choose to leave for later.
7. Ensure that you mark your answers clearly on the provided answer sheet.
8. The allocated time for the exam is 90 minutes, and you will commence upon the signal from the invigilator.
9. You are required to comply with the directions provided by the head invigilator before the examination begins.
10. Show respect and consideration for other candidates by maintaining silence and not disturbing them during the examination.
11. If you finish the exam before the allocated time, you may not leave the examination room until the invigilator allows it. You can use the remaining time for review.
12. It is of utmost importance that students neither give nor receive any form of assistance during the exam. Any act of cheating, attempts to cheat, aiding others in cheating, participation in such activities, or engaging in improper conduct is considered a severe violation and will typically result in disqualification.

Remember that "Hard work beats talent when talent doesn't work hard"
We wish you the very best luck on the exam.



1. [EN] In an interactive exhibition at the New York Hall of Science, Alex, the Astronaut, presents a prototype of a sensor used in a new generation satellite. The prototype, which is made up of 6 regular hexagons and 6 triangles, is shown in the figure below. If the colored triangle is equilateral and its side measures 3 cm, what is the perimeter, in cm, of the entire prototype?

[PT] Em uma exposição interativa no New York Hall of Science, Alex, o Astronauta, apresenta um protótipo de um sensor usado em um satélite de nova geração. O protótipo, composto de 6 hexágonos regulares e 6 triângulos, é mostrado na figura abaixo. Se o triângulo colorido é equilátero e seu lado mede 3 cm, qual é o perímetro, em cm, de todo o protótipo?



- A) $18 + 6\sqrt{3}$
B) $18 + 18\sqrt{3}$
C) 36
D) $36\sqrt{3}$

2. [EN] Find the value of x that satisfies the following expression.

[PT] Encontre o valor de x que satisfaça a expressão a seguir.

$$2^{3x-9} = \frac{32}{4}$$

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

3. [EN] Alex, the Astronaut, is leading a team of engineers to build a new module for the space station within a tight deadline of 12 days. The module consists of 135 complex panels that need to be assembled. After consulting with the engineering team, they have determined that 5 engineers can assemble 15 panels in 4 days. How many engineers will Alex need to ensure the module is completed within the specified timeframe?

[PT] Alex, o Astronauta, está liderando uma equipe de engenheiros para construir um novo módulo para a estação espacial em um prazo apertado de 12 dias. O módulo consiste em 135 painéis complexos que precisam ser montados. Após consultar a equipe de engenharia, ele foi informado que 5 engenheiros podem montar 15 painéis em 4 dias. De quantos engenheiros Alex precisará para garantir que o módulo seja concluído dentro do prazo especificado?

- A) 5
B) 10
C) 15
D) 25

4. [EN] During a mission to explore Mars, Alex, the Astronaut, pilots his spacecraft at an altitude of 5000 meters above the surface. When he begins his descent, the trajectory of his spacecraft forms an angle of 30° with the ground. What is the distance, in meters, that Alex will travel from the start of his descent to the landing point?

[PT] Durante uma missão para explorar Marte, Alex, o Astronauta, pilota sua espaçonave a uma altitude de 5000 metros acima da superfície. Quando ele inicia sua descida, a trajetória de sua espaçonave forma um ângulo de 30° com o solo. Qual é a distância, em metros, que Alex percorrerá desde o início de sua descida até o ponto de pouso?

- A) 5000
B) $5000\sqrt{3}$
C) 10000
D) $10000\sqrt{3}$

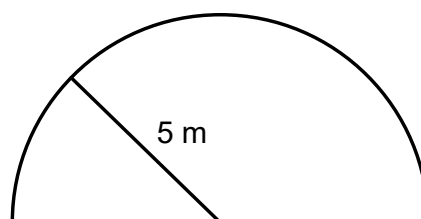
5. [EN] The sum of the squares of the digits of a two-digit positive integer is 45, and the number itself is 7 times the sum of its digits. What is this number?

[PT] A soma dos quadrados dos dígitos de um número inteiro positivo de dois dígitos é 45, e o número em si equivale a 7 vezes a soma de seus dígitos. Qual é esse número?

- A) 63
B) 42
C) 21
D) 14

6. [EN] During a space mission, Alex, the Astronaut, is on board a semi-circular spacecraft with a radius of 5 meters, as shown in the figure below. Find the perimeter of the spacecraft in meters. (Use $\pi = 3$)

[PT] Durante uma missão espacial, Alex, o astronauta, está a bordo de uma espaçonave semicircular com um raio de 5 metros, conforme mostrado na figura abaixo. Encontre o perímetro da espaçonave em metros. (Use $\pi = 3$)



- A) 15
B) 20
C) 25
D) 30

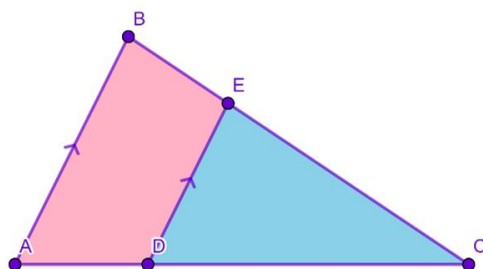
7. [EN] What is the product of the four roots of $x^4 - 16 = 0$?

[PT] Qual é o produto das quatro raízes de $x^4 - 16 = 0$?

- A) -16
B) 16
C) $16i$
D) $-16i$

8. [EN] The triangle ABC below was divided into two portions of equal area by the segment DE . Given that DE is parallel to AB , find the value of the ratio $\frac{DC}{AC}$.

[PT] O triângulo ABC abaixo foi dividido em duas partes de mesma área pelo segmento DE . Dado que DE é paralelo a AB , encontre o valor da razão $\frac{DC}{AC}$.



- A) 2
B) $\sqrt{2}$
C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
D) $\frac{1}{2}$

9. [EN] If $f(x) = 3x + 5$, what is the value of $f^{-1}(11)$?

[PT] Se $f(x) = 3x + 5$, qual é o valor de $f^{-1}(11)$?

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

10. [EN] In a Copernicus Math Workshop, Alex, the Astronaut, presents a combinatorics exercise involving five boxes numbered 1, 2, 3, 4, and 5. The challenge for the participants is to fill each box with one, and only one, red or green ball. The rule is that at least one box must contain a red ball, and all the red balls used must be placed in consecutively numbered boxes. Given these conditions, how many different arrangements can be made?

[PT] Em um Workshop de Matemática da Copernicus, Alex, o Astronauta, apresenta um exercício de combinatória envolvendo cinco caixas de números 1, 2, 3, 4 e 5. O desafio para os participantes é preencher cada caixa com uma, e somente uma, bola vermelha ou verde. A regra é que pelo menos uma caixa deve conter uma bola vermelha, e todas as bolas vermelhas usadas devem ser colocadas em caixas numeradas consecutivamente. Dadas essas condições, quantos arranjos diferentes podem ser feitos?

- A) 10
B) 15
C) 20
D) 25

11. [EN] Which of the following polynomials leaves a remainder of 0 when divided by the binomial $x + 2$?

[PT] Qual dos seguintes polinômios deixa resto 0 quando dividido pelo binômio $x + 2$?

- A) $x^3 + 3x^2 - 4$
B) $x^3 + x^2 - 4$
C) $3x^3 + 3x^2 - 4$
D) $3x^3 + x^2 - 4$

12.[EN] If $x - \frac{2}{x} = 8$, determine the value of

$$x^3 - \frac{8}{x^3}.$$

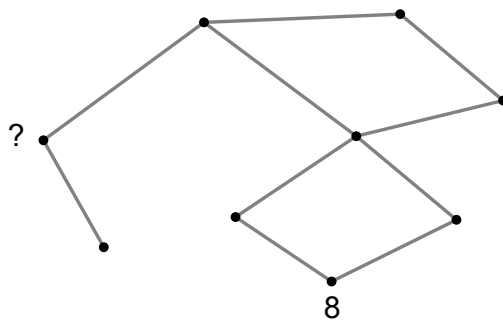
[PT] Se $x - \frac{2}{x} = 8$, determine o valor de

$$x^3 - \frac{8}{x^3}.$$

- A) 464
- B) 512
- C) 560
- D) 600

13.[EN] In his free time, Alex likes to draw maps of the stars he sees from his window on the space station. After doing so, he plays a game that consists of assigning a number to each of the stars (dots) on the diagram drawn, such that the numbers assigned to two stars connected by a line are consecutive (for example, these two numbers could be 15 and 16 in any order). If the diagram below represents one of Alex's star maps, with the number 8 already assigned to a star, determine which of the following numbers could replace the question mark (?).

[PT] Em seu tempo livre, Alex gosta de desenhar mapas das estrelas que vê de sua janela na estação espacial. Depois de fazer isso, ele joga um jogo que consiste em atribuir um número a cada uma das estrelas (pontos) no diagrama desenhado, de modo que os números atribuídos a duas estrelas conectadas por uma linha sejam consecutivos (por exemplo, esses dois números poderiam ser 15 e 16, em qualquer ordem). Se o diagrama abaixo representa um dos mapas estelares de Alex, com o número 8 já atribuído a uma estrela, determine qual dos números a seguir poderia substituir o ponto de interrogação (?).



- A) 14
- B) 10
- C) 7
- D) 5

14.[EN] Considering i as the imaginary unit, which of the following is equivalent to the expression below?

[PT] Considerando i como a unidade imaginária, qual das seguintes alternativas é equivalente à expressão abaixo?

$$\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^3 \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^4$$

- A) 0
- B) 1
- C) $\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$
- D) $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

15.[EN] During training for space missions, Alex was given three tests: a navigation test, which contributed 40% of his final score, a space walk simulation, which contributed 30% of his final score, and a robotics test, which contributed 30% of his final score. Alex scored 85%, 90% and 80% on the three tests respectively. What final percentage did he get in the entire training exam?

[PT] Durante o treinamento para missões espaciais, Alex foi submetido a três testes: um teste de navegação, que contribuiu com 40% de sua pontuação final, uma simulação de caminhada espacial, que contribuiu com 30% de sua pontuação final, e um teste de robótica, que contribuiu com 30% de sua pontuação final. Alex obteve 85%, 90% e 80% nos três testes, respectivamente. Qual foi a porcentagem final que ele obteve em todo o exame de treinamento?

- A) 87%
- B) 85%
- C) 80%
- D) 78%

16.[EN] Solve the following proportion for m .
[PT] Resolva a seguinte proporção para m .

$$3l : m :: (n + p) : p^2$$

- A) $\frac{3lp^2}{n+p}$
- B) $\frac{n+p}{3lp^2}$
- C) $\frac{3l(n+p)}{p^2}$
- D) $\frac{p^2(n+p)}{3l}$

17.[EN] Alex tosses 8 coins simultaneously. How many possible outcomes can occur if the third coin lands on heads?

[PT] Alex joga 8 moedas simultaneamente. Quantos resultados possíveis podem ocorrer se a terceira moeda der cara?

- A) 2^8
- B) $3 \cdot 2^8$
- C) $3 \cdot 2^7$
- D) 2^7

18.[EN] Given that $\frac{2x+1}{x(3x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx-D}{3x+2}$, find the value of $\frac{A+B}{D}$.

[PT] Dado que $\frac{2x+1}{x(3x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx-D}{3x+2}$, encontre o valor de $\frac{A+B}{D}$.

- A) 1
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 0
- D) -1

- 19.[EN]** Alex is planning to surround his house with a fence to prevent unwanted visitors from entering. Looking at the blueprint of his house, Alex discovered that it has a rectangular shape with an area of 180 m^2 and that its length is 3 meters longer than its width. If a meter of fence costs \$8.50, how much money does Alex need to fence his entire garden?

[PT] Alex está planejando colocar uma cerca em volta de sua casa para impedir a entrada de visitantes indesejados. Observando a planta de sua casa, Alex descobriu que ela tem um formato retangular com uma área de 180 m^2 e que seu comprimento é 3 metros maior que sua largura. Se um metro de cerca custa \$8,50, de quanto dinheiro Alex precisa para cercar todo o seu jardim?

- A) \$102
- B) \$230
- C) \$459
- D) \$1530

- 20.[EN]** How many pairs of positive integers satisfy the equation $2a + 3b = 15$?

[PT] Quantos pares de números inteiros positivos satisfazem a equação $2a + 3b = 15$?

- A) 5
- B) 4
- C) 3
- D) 2

- 21.[EN]** Alex throws two dice. What is the probability that the sum of the two numbers in the upper faces of the dice is a prime odd number?

[PT] Alex joga dois dados. Qual é a probabilidade de que a soma dos dois números nas faces superiores dos dados seja um número primo ímpar?



- A) $\frac{1}{9}$
- B) $\frac{7}{18}$
- C) $\frac{5}{12}$
- D) $\frac{1}{2}$

- 22.[EN]** Considering the equation below, what can be stated about x ?

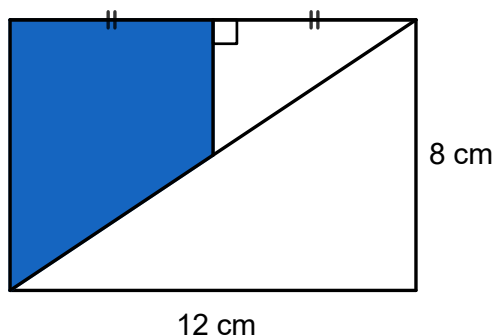
[PT] Considerando a equação abaixo, o que se pode afirmar sobre x ?

$$x = 3^{3^2} - 3^{3^0} - 3^{2^3} - 3^0$$

- A) $x \leq 0$
- B) $0 < x \leq 1000$
- C) $1000 < x \leq 10000$
- D) $10000 < x$

- 23.[EN]** During routine maintenance on the spacecraft, Alex observes a rectangular solar panel with a shaded area caused by a small meteorite impact, as shown in the figure. Curious about the possible effect on the panel's performance, Alex wants to calculate the area of the shaded region to assess the damage. If the measurements of the two sides of the panel are 8 cm and 12 cm, what is the area, in cm^2 , of the shaded region?

[PT] Durante a manutenção de rotina na espaçonave, Alex observa um painel solar retangular com uma área sombreada causada por um pequeno impacto de meteorito, conforme mostrado na figura. Curioso sobre o possível efeito no desempenho do painel, Alex deseja calcular a área da região sombreada para avaliar o dano. Se as medidas dos dois lados do painel são 8 cm e 12 cm, qual é a área, em cm^2 , da região sombreada?



- A) 36
B) 72
C) 96
D) 288

- 24.[EN]** If the operation ϕ is defined as follows, what is the value of $5 \phi 1$?

[PT] Se a operação ϕ é definida da seguinte forma, qual é o valor de $5 \phi 1$?

$$(3a - b) \phi (2a + b) = 25(b^2 - a^2)$$

- A) -600
B) -13
C) 13
D) 600

- 25.[EN]** What is the y-intercept of the line $3x + 5y - 7 = 0$?

[PT] Qual é a ordenada da intersecção da reta $3x + 5y - 7 = 0$ com o eixo y?

- A) 5
B) $\frac{7}{5}$
C) $-\frac{3}{5}$
D) $-\frac{7}{5}$



A TRADITION OF EXCELLENCE



INSTRUCTIONS

You are about to start the Copernicus Olympiad Exam.
Please review the following instructions carefully.

1. Please ensure that all electronic devices, such as mobile phones, smartwatches, or tablets, are turned off and placed in the designated area before the examination begins.
2. You must present a valid form of identification to the invigilator before starting the exam. Failure to do so may result in disqualification.
3. Students are required to bring their own pencils, erasers, and plain calculators, water, and are strictly prohibited from bringing personal notes, books, or any unauthorized materials into the examination room.
4. During the exam, you are not permitted to take unscheduled breaks. If you require a break, please notify the invigilator who will guide you through the process.
5. The exam consists of 25 multiple-choice questions, with each question carrying a weight of 4 points. The maximum achievable score is 100. However, it's important to note that there is a penalty of one point for each incorrect answer. Consequently, it is advisable to respond only to questions you are confident about.
6. Begin with the questions you find easier, as you can always return to those you choose to leave for later.
7. Ensure that you mark your answers clearly on the provided answer sheet.
8. The allocated time for the exam is 90 minutes, and you will commence upon the signal from the invigilator.
9. You are required to comply with the directions provided by the head invigilator before the examination begins.
10. Show respect and consideration for other candidates by maintaining silence and not disturbing them during the examination.
11. If you finish the exam before the allocated time, you may not leave the examination room until the invigilator allows it. You can use the remaining time for review.
12. It is of utmost importance that students neither give nor receive any form of assistance during the exam. Any act of cheating, attempts to cheat, aiding others in cheating, participation in such activities, or engaging in improper conduct is considered a severe violation and will typically result in disqualification.

Remember that “Hard work beats talent when talent doesn't work hard”
We wish you the very best luck on the exam.



1. [EN] Alex is currently engaged in engineering a complex satellite component at a New York space center. For that, he needs a rectangular sheet of aluminum. The length of the sheet exceeds its breadth by 2 m. Alex plans to cut a strip 1.5 m wide from all around the sheet, leaving a remaining area of 99 m². What was the original area of the sheet in m²?

[PT] Alex está desenvolvendo um complexo componente de satélite em um centro espacial de Nova York. Para fazê-lo, ele precisa de uma placa retangular de alumínio. O comprimento da placa excede sua largura em 2 m. Alex planeja cortar uma tira de 1,5 m de largura ao redor de toda a placa, deixando uma área restante de 99 m². Qual é a área original da placa em m²?

- A) 624
B) 120
C) 168
D) 224

2. [EN] If $f(x) = x^2 + x + 5$ and $g(x) = \sqrt{x}$, for $x \geq 0$, what is the value of $g(f(g(x)))$?

[PT] Se $f(x) = x^2 + x + 5$ e $g(x) = \sqrt{x}$, para $x \geq 0$, qual é o valor de $g(f(g(x)))$?

- A) $(x + \sqrt{x} + 5)^{\frac{1}{2}}$
B) $(x^2 + x + 5)^{\frac{1}{2}}$
C) $x^2 + x + 5$
D) $x + \sqrt{x} + 5$

3. [EN] Alex throws two dice. What is the probability that the sum of the two numbers in the upper faces of the dice is a prime odd number?

[PT] Alex joga dois dados. Qual é a probabilidade de que a soma dos dois números nas faces superiores dos dados seja um número primo ímpar?



- A) $\frac{1}{9}$
B) $\frac{7}{18}$
C) $\frac{5}{12}$
D) $\frac{1}{2}$

4. [EN] If $(x + 2)$ and $(2x + 6)$ are the factors of the polynomial $2x^3 + 2px^2 + 8qx + 24$, what is the value of $p + q$?

[PT] Se $(x + 2)$ e $(2x + 6)$ são os fatores do polinômio $2x^3 + 2px^2 + 8qx + 24$, qual é o valor de $p + q$?

- A) 11
B) 12
C) 13
D) 14

5. [EN] Alex baked a total of 84 apple and banana pies. After selling 16 apple pies, the ratio between the number of apple pies and the number of banana pies he had was 6:11. How many banana pies did Alex bake?

[PT] Alex fez um total de 84 tortas de maçã e banana. Depois de vender 16 tortas de maçã, a proporção entre o número de tortas de maçã e o número de tortas de banana que ele tinha era de 6 : 11. Quantas tortas de banana Alex assou?

- A) 44
B) 40
C) 28
D) 24

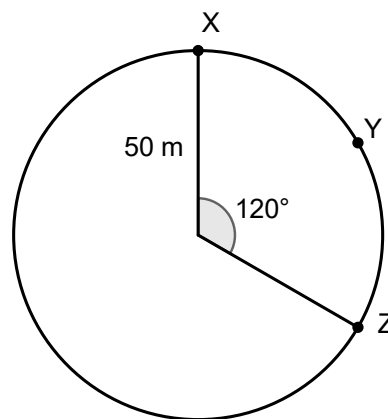
6. [EN] Which of the following is equivalent to $(34\%)^2$?

[PT] Qual das seguintes alternativas é equivalente a $(34\%)^2$?

- A) 0.01156%
B) 0.1156%
C) 1.156%
D) 11.56%

7. [EN] Alex is running on a circular track with a radius of 50 m. He started his workout by running clockwise from point X, as shown in the diagram below. After 1 hour of running, Alex had covered 12 complete laps and decided to walk through the XYZ arc to finish his workout. Knowing that the XYZ arc has a central angle of 120° , determine the total distance, in meters, covered by Alex. (Use $\pi = 3$)

[PT] Alex está correndo em uma pista circular com 50 m de raio. Ele começou seu treino correndo no sentido horário a partir do ponto X, conforme mostrado no diagrama abaixo. Depois de 1 hora de corrida, Alex já havia percorrido 12 voltas completas e decidiu caminhar pelo arco XYZ para terminar seu treino. Sabendo que o arco XYZ tem um ângulo central de 120° , determine a distância total, em metros, percorrida por Alex. (Use $\pi = 3$)



- A) 3500
B) 3600
C) 3700
D) 3800

8. [EN] Given that $7x - 5y = 9$ and $343x^3 - 125y^3 = 6084$, find the value of $9xy$.

[PT] Dado que $7x - 5y = 9$ e

$343x^3 - 125y^3 = 6084$, encontre o valor de $9xy$.

- A) 31
- B) 41
- C) 51
- D) 61

9. [EN] Alex, to enter Columbia University and start his lecture on Astrophysics, first has to go up a flight of stairs with 10 steps right at the entrance. Being methodical, he climbs 2 or 3 steps at a time. How many ways can Alex get to the top of the stairs and proceed with his lecture?

[PT] Alex, para entrar na Universidade de Columbia e começar sua palestra sobre Astrofísica, primeiro precisa subir uma escada com 10 degraus logo na entrada. Sendo metódico, ele sobe 2 ou 3 degraus de cada vez. De quantas maneiras Alex pode chegar ao topo da escada e prosseguir com sua palestra?

- A) 5
- B) 7
- C) 8
- D) 10

10. [EN] Given that $\frac{2x+1}{x(3x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx-D}{3x+2}$, find the value of $\frac{A+B}{D}$.

[PT] Dado que $\frac{2x+1}{x(3x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx-D}{3x+2}$, encontre o valor de $\frac{A+B}{D}$.

- A) 1
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 0
- D) -1

11. [EN] During the award ceremony of the Copernicus Mathematics Olympiad, six students are sitting around a circular table. Determine the number of ways they can sit down if two students in particular, Alex and Bob, insist on not sitting next to each other.

[PT] Durante a cerimônia de premiação da Olimpíada de Matemática da Copernicus, seis alunos estão sentados ao redor de uma mesa circular. Determine o número de maneiras que eles podem se sentar se dois alunos em particular, Alex e Bob, insistirem em não se sentar um ao lado do outro.

- A) 108
- B) 72
- C) 48
- D) 24

- 12.[EN]** What is the area, in m^2 , of a rectangle whose perimeter is 64 m and whose length is three times its width?

[PT] Qual é a área, em m^2 , de um retângulo cujo perímetro é 64 m e cujo comprimento equivale a três vezes a largura?

- A) 129
- B) 169
- C) 192
- D) 196

- 13.[EN]** At a math workshop in the Hayden Planetarium, Alex, the Astronaut, shares an intriguing sequence, as shown below. Visitors are invited to engage with the exhibit by determining the next term in the sequence. What is the next term?

[PT] Em um workshop de matemática no Hayden Planetarium, Alex, o Astronauta, compartilha uma sequência intrigante, conforme mostrado abaixo. Os visitantes são convidados a se envolver com a exposição determinando o próximo termo da sequência. Qual é o próximo termo?

$$\frac{1}{24}, \frac{1}{24}, \frac{1}{6}, \frac{3}{2}, 24, ?$$

- A) 120
- B) 220
- C) 400
- D) 600

- 14.[EN]** Considering i as the imaginary unit, which of the following is equivalent to the expression below?

[PT] Considerando i como a unidade imaginária, qual das seguintes alternativas é equivalente à expressão abaixo?

$$\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)$$

- A) 1
- B) -1
- C) i
- D) $-i$

- 15.[EN]** Alex, the Astronaut, is conducting experiments on a distant planet. Upon landing, he notices a nearby rock formation at a distance of 4 m from the spacecraft. If the angle of elevation from the top of the spacecraft to the top of the rock formation is 60° and the angle of depression from the top of the spacecraft to the base of the rock is 30° , what is the height of the rock formation in meters?

[PT] Alex, o Astronauta, está realizando experimentos em um planeta distante. Ao aterrissar, ele observa uma formação rochosa próxima a uma distância de 4 m da espaçonave. Se o ângulo de elevação do topo da espaçonave até o topo da formação rochosa é de 60° e o ângulo de depressão do topo da espaçonave até a base da rocha é de 30° , qual é a altura da formação rochosa em metros?

- A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- B) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
- C) $\frac{12\sqrt{3}}{3}$
- D) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

16.[EN] Knowing that the first day of 2024 was a Monday, determine the day of the first Sunday of 2030.

[PT] Sabendo que o primeiro dia de 2024 foi uma segunda-feira, determine o dia do primeiro domingo de 2030.

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6

17.[EN] Which of the following statements is correct for the equation below?

[PT] Qual das seguintes afirmações está correta sobre a equação abaixo?

$$3x^2 - 5x + 6 = 0$$

- A) It has real, rational, and equal roots.
Possui raízes reais, racionais e iguais.
- B) It has real, rational, and distinct roots.
Possui raízes reais, racionais e distintas.
- C) It has real, irrational, and distinct roots.
Possui raízes reais, irracionais e distintas.
- D) It has complex roots.
Possui raízes complexas.

18.[EN] Alex, the Astronaut, is leading a team of engineers to build a new module for the space station within a tight deadline of 12 days. The module consists of 135 complex panels that need to be assembled. After consulting with the engineering team, they have determined that 5 engineers can assemble 15 panels in 4 days. How many engineers will Alex need to ensure the module is completed within the specified timeframe?

[PT] Alex, o Astronauta, está liderando uma equipe de engenheiros para construir um novo módulo para a estação espacial dentro de um prazo apertado de 12 dias. O módulo consiste em 135 painéis complexos que precisam ser montados. Após consultar a equipe de engenharia, ele foi informado que 5 engenheiros podem montar 15 painéis em 4 dias. De quantos engenheiros Alex precisará para garantir que o módulo seja concluído dentro do prazo especificado?

- A) 10
- B) 15
- C) 20
- D) 25

19.[EN] What is the coefficient of x^9 in the expansion of the polynomial below?

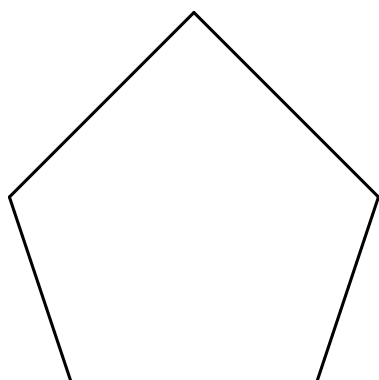
[PT] Qual é o coeficiente de x^9 na expansão do polinômio abaixo?

$$(5 - x^3)^4$$

- A) -500
- B) -20
- C) 120
- D) 150

- 20.[EN]** Alex, the Astronaut, is examining a pentagon-shaped module on the control panel of his spaceship. As he ponders the geometric patterns, he wonders how many triangles can be formed by joining the vertices of this module. Determine the number of possible triangles.

[PT] Alex, o Astronauta, está analisando um módulo em forma de pentágono no painel de controle de sua nave espacial. Ao refletir sobre os padrões geométricos, ele se pergunta sobre quantos triângulos podem ser formados pela união dos vértices desse módulo. Determine o número de triângulos que podem ser formados.



- A) 5
B) 8
C) 10
D) 13

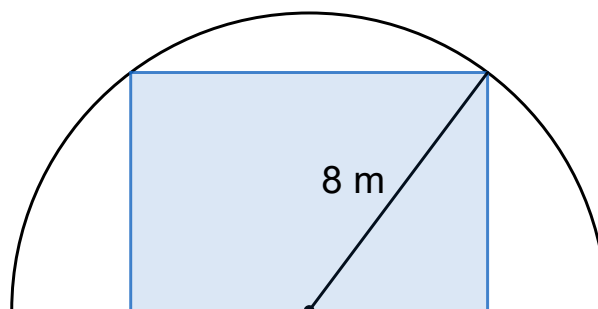
- 21.[EN]** Given $P(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + 5$, with $P(1) = 10$ and $P(-3) = 2$, find the value of $m + n$.

[PT] Dado que $P(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + 5$, com $P(1) = 10$ e $P(-3) = 2$, encontre o valor de $m + n$.

- A) -7
B) -3
C) 3
D) 7

- 22.[EN]** During a space mission, Alex, the Astronaut, is on board a semi-circular spacecraft that houses a rectangular control center, as shown in the diagram below. Knowing that the longest side of the control center is 4 meters smaller than the diameter of the semicircle, determine the area, in m^2 , of the control center.

[PT] Durante uma missão espacial, Alex, o Astronauta, está a bordo de uma espaçonave semicircular que abriga um centro de controle retangular, conforme mostrado no diagrama abaixo. Sabendo que o lado mais longo do centro de controle é 4 metros menor que o diâmetro do semicírculo, determine a área, em m^2 , do centro de controle.



- A) $\sqrt{7}$
B) $2\sqrt{7}$
C) $12\sqrt{7}$
D) $24\sqrt{7}$

- 23.[EN]** Determine the value of the following expression for $\theta = 45^\circ$.

[PT] Determine o valor da seguinte expressão para $\theta = 45^\circ$.

$$\frac{\cos 3\theta}{\sin \theta} + \frac{\sin 3\theta}{\cos \theta}$$

- A) -2
B) 0
C) 1
D) 2

24.[EN] What is the product of the four roots of $x^4 - 16 = 0$?

[PT] Qual é o produto das quatro raízes de $x^4 - 16 = 0$?

- A) -16
- B) 16
- C) $16i$
- D) $-16i$

25.[EN] If a and b are the roots of the quadratic equation $2x^2 - 5x + 2 = 0$, determine the quadratic equation whose roots are $3a + 2$ and $3b + 2$.

[PT] Se a e b são as raízes da equação quadrática $2x^2 - 5x + 2 = 0$, determine a equação quadrática cujas raízes são $3a + 2$ e $3b + 2$.

- A) $2x^2 - 23x + 56$
- B) $2x^2 + 23x - 56$
- C) $x^2 - 23x + 56$
- D) $x^2 - 23x - 56$

	CAT 1	CAT 2	CAT 3	CAT 4	CAT 5
Question	Correct Answer	Correct Answer	Correct Answer	Correct Answer	Correct Answer
1	C	D	B	A	C
2	A	A	C	D	A
3	B	B	D	C	B
4	B	A	C	C	A
5	B	B	B	A	A
6	A	C	A	C	D
7	D	D	D	A	C
8	C	C	C	C	C
9	B	C	A	B	B
10	D	A	C	B	D
11	A	A	D	A	B
12	A	D	B	C	C
13	D	D	D	B	D
14	C	C	A	D	A
15	A	B	B	B	D
16	A	C	C	A	D
17	B	B	A	D	D
18	D	B	A	D	B
19	B	A	D	C	B
20	D	D	C	D	C
21	C	C	B	B	C
22	D	B	D	D	D
23	C	D	B	A	B
24	C	D	A	C	A
25	B	A	C	B	A